ERKENNE DICH SELBST

ΓΝΩΘΙ ΣΕΑΥΤΟΝ

Zusammenfassung

Zusammenfassung:

Alles worüber gesprochen werden kann wird in einer Menge ***M*** abzählbar angeordnet. Auf Grund dieser Anordnung lassen sich alle Beweise der Überabzählbarkeit von Mengen widerlegen.

Unser Ziel ist es, Aussagen zu untersuchen. Aussagen müssen in Raum und Zeit gemacht werden. Ein solcher Vorgang erfordert ein Minimum an Raum (für die aussagende Person P) und an Zeit (für die Dauer der Aussage). Wir beziehen uns im Folgenden auf Aussagen, die von beliebigen Personen in irgendeiner Sprache in endlicher (aber unbegrenzter) Zeit gemacht werden können. Als Minimum an Raum für die aussagende Person wählen wir einen Elementarwürfel EW der Seitenlänge $^1/_{100}$ mm und als Minimum an Zeit für die Aussage $^1/_{100}$ sec.[1]. Als Raumzeitelemente RZE führen wir Elementarwürfel von der Dauer $^1/_{100}$ sek. ein.

Aussagen sind ohne Beschränkung der Allgemeinheit in Form schriftlicher Mitteilungen M zu machen[2]. Als Beispiel können etwa mathematische Sätze herangezogen werden wie: „Die reellen Zahlen sind nicht abzählbar".

Die Schlussfolgerung verläuft wie folgt:
- Alle Mitteilungen lassen sich abzählbar anordnen.
- Alle Raumzeitelemente lassen sich abzählbar anordnen.

Aus der Kombination dieser beiden Anordnungen erhält man die gewünschte abzählbare Anordnung ***M*** von allem, worüber gesprochen werden kann.

Betrachten wir etwa die reellen Zahlen. Sie gehören zweifelsfrei zu den Objekten, über die gesprochen werden kann. Sie bilden damit eine Untermenge von ***M*** und können daher abzählbar angeordnet werden. Wir werden ein Beispiel einer solchen Anordnung geben. Gleiches gilt für alle Elemente angeblich überabzählbarer Mengen. Auch solche sind Untermengen von ***M.*** Wir werden zeigen, dass alle Beweise der Überabzählbarkeit von Mengen einen Widerspruch beinhalten.

In unseren Überlegungen spielt der „Sinn einer Aussage", also der „Sinn einer Mitteilung", zunächst keine Rolle. Betrachtet werden lediglich mögliche Aussagen möglicher Personen. Ob und wie die aussagende Person, ob und wie der Autor dieser Arbeit oder ob und wie der Leser dieser Arbeit eine Aussage „versteht" ist für die Schlussfolgerungen irrelevant. Wie untersuchen vorerst lediglich, wie sich eine beliebige Person zu einer beliebigen Aussage äußern kann.

Um den vorhin erwähnten Widerspruch in einem Beweis der Überabzählbarkeit zu erhalten ist es notwendig, die Person PK, des Kritikers der Abzählbarkeit,

---

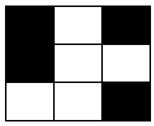
[1] Alle hier angestellten Überlegungen hinsichtlich der Abzählbarkeit bleiben auch anwendbar, wenn statt der vierdimensionalen Raum-Zeit ein beliebigdimensionaler Raum zugrunde gelegt wird, wie er etwa in den Stringtheorien auftritt

[2] Alle hier angestellten Überlegungen einschließlich der Beschreibung der „Welt" in den Schlussbemerkungen auf S. 10 bleiben auch anwendbar, wenn statt schriftlicher Mitteilungen M beliebige Informationsmedien, wie z.B. Botenstoffe, zugrunde gelegt werden.

einzubeziehen. Von ihm wird gefordert, dass er in irgendeinem Zeitpunkt die Richtigkeit eines Beweises der Überabzählbarkeit einer Menge bestätigt. Auf Grund einer solchen Bestätigung wird ihm dann ein Widerspruch nachgewiesen.

1. Anordnung aller Mitteilungen M:

1.1. Eine quadratische Mitteilung der Größe n setze sich aus n^2 Elementarquadraten der Seitenlänge $^{1}/_{100}$ mm zusammen
1.2. Jedes Elementarquadrat ist entweder weiß oder schwarz.
1.3. Einem weißen Elementarquadrat ordnen wir die Ziffer 1, einem schwarzen die Ziffer 2 zu.
1.4. Eine Mitteilung M mit der Seitenlänge $^{n}/_{100}$ mm, bestehend aus n^2 Elementarquadraten, wird dann durch die Dezimalzahl a(M) = $0,a_{11}a_{12}...a_{1n}a_{21}...a_{ik}...a_{nn}$ eindeutig dargestellt. Die folgende Mitteilung mit n=3, deren Seitenlänge der besseren Anschaulichkeit wegen erheblich größer als $^{3}/_{100}$ mm gewählt wurde, wird etwa durch a(M) = 0,212211112 dargestellt:



1.5. Wird n genügend groß gewählt, lassen sich alle schriftlichen Mitteilungen durch (mindestens) eine Dezimalzahl a(M) eindeutig darstellen. Ein Beispiel einer aus Elementarquadraten zusammengesetzten Mitteilung ist etwa das Bild auf einem Fernsehbildschirm mit entsprechender Auflösung.
1.6. Alle schriftlichen Mitteilungen lassen sich nach der Größe von a(M) abzählbar anordnen. Die Mitteilung M_{n1} stehe dabei an der $n1^{ten}$ Stelle der Anordnung[3].
1.7. Die gewählte Seitenlänge der Elementarquadrate von $^{1}/_{100}$ mm stellt offenbar ebenso wie die Beschränkung auf quadratische Mitteilungen keine Beschränkung der Allgemeinheit dar.

2. Anordnung aller Raumzeitelemente RZE:

2.1. Ein Elementarwürfel EW habe die Seitenlänge $^{1}/_{100}$ mm.
2.2. Durch geeignete Wahl eines Koordinatensystems können solche Elementarwürfel, die das ganze Universum überdecken, abzählbar angeordnet werden. Es sei EW_{n2} der Elementarwürfel, an der $n2^{ten}$ Stelle dieser Anordnung.
2.3. Ein Zeitelement t habe die Dauer von $^{1}/_{100}$ sec.
2.4. Durch geeignete Wahl einer Zeitkoordinate können alle solchen Zeitelemente abzählbar angeordnet werden. Es sei t_{n3} das Zeitelement an der $n3^{ten}$ Stelle dieser Anordnung.
2.5. Ein Raumzeitelement RZE besteht in einer Kombination eines Elementarwürfels EW_{n2} an der Stelle n2 in der Anordnung der

[3] Die hier verwendeten Indizes n1, ... n9 zur Bezeichnung von Stellen in abzählbaren Anordnungen werden einfach in der Reihenfolge nummeriert, in der sie in dieser Arbeit eingeführt werden.

Elementarwürfel EW mit einem Zeitelement t_{n3} an der Stelle n3 in der Anordnung der Zeitelemente t.

2.6. Auf Grund der abzählbaren Anordnung der Elementarwürfel EW gem. 2.2. und der abzählbaren Anordnung der Zeitelemente t gem. 2.4. können auch alle Raumzeitelemente RZE abzählbar angeordnet werden. Es sei RZE_{n4} das Raumzeitelement an der $n4^{ten}$ Stelle dieser Anordnung mit n4 = n4(n2,n3).

3. Anordnung aller möglichen Lesevorgänge LV:

3.1. Jeder mögliche Lesevorgang LV von denkbaren Personen P in irgend einem Zeitpunkt T kann durch mindestens einen Elementarwürfel EW_{n2} eindeutig beschrieben werden[4].

3.2. Jeder mögliche Lesezeitraum ΔT habe die Länge $\Lambda = \Lambda(\Delta T)$. Es sei Λ stets ein ganzzahliges Vielfaches von $^1/_{100}$ sec., also des Zeitelementes t.

3.3. Es sei $t = t(\Delta T)$ das Zeitelement am Ende des Lesezeitraumes ΔT.

3.4. Wir bilden nun Lesezeitelemente $LZE = LZE[t(\Delta T),\Lambda(\Delta T)]$, bestehend aus allen möglichen Kombinationen von gem. 2.4. abzählbar angeordneten Zeitelementen t mit beliebigen Lesezeiträumen ΔT gem. 3.2.. Alle möglichen Lesezeitelemente LZE werden nun nach der Lage von $t = t(\Delta T)$ auf der Zeitkoordinate in Gruppen und innerhalb dieser Gruppen nach der Länge von $\Lambda = \Lambda(\Delta T)$ abzählbar angeordnet. In dieser Anordnung stehe das Lesezeitelement LZE an der Stelle n5.

3.5. Alle möglichen Lesevorgänge LV lassen sich nun durch eine Kombination aller denkbaren lesenden Personen P (abzählbar gem. 3.1. und 2.2.) mit allen möglichen Lesezeitelementen (abzählbar gem. 3.4.) abzählbar anordnen. Es sei ΔT_{n6} der mögliche Lesevorgang an der $n6^{ten}$ Stelle dieser Anordnung mit n6 = n6(n2,n5).

4. Der Schubladenkasten *M*:

4.1. Die gesuchte Menge ***M*** wird als Schubladenkasten dargestellt, der aus einer Kombination aller möglichen Lesevorgänge LV mit allen möglichen Mitteilungen M gebildet wird.

4.2. Für jede Kombination eines möglichen Lesevorganges LV (abzählbar gem. 3.5.) mit einer möglichen Mitteilung M (abzählbar gem. 1.6.) ist genau eine Schublade reserviert. Die Kombination (LV,M) lässt sich daher ebenfalls abzählbar anordnen.

4.3. In dieser Anordnung stehe die Kombination (LV,M) an der $n7^{ten}$ Stelle mit n7 = n7(n1,n6).

[4] Jede in irgendeinem Zeitpunkt lesende Person muss so viel Raum einnehmen, dass mindestens ein Elementarwürfel in ihr enthalten ist, der sie eindeutig kennzeichnet.

4.4. Für jeden möglichen Lesevorgang LV ist ein Abschnitt des Schubladenkastens reserviert und in jeder Schublade dieses Abschnitts liegt genau ein Mitteilung M.

4.5. Nur wenn ein potentieller Leser P eine Schublade tatsächlich öffnet, kann er die darin enthaltene Mitteilung lesen. Es bleibt aber offen, ob er die Mitteilung tatsächlich liest, ob er sie versteht, ob er bereit ist, sich zu dieser Mitteilung zu äußern, ob er ein Urteil über die Mitteilung abgibt etwa der Art:: „Die Mitteilung ist richtig“ oder „Die Mitteilung ist falsch“. Uns interessieren hier zunächst lediglich jene Urteile, die er über solche Mitteilungen abgibt, die in Beweisführungen, insbesondere in mathematischen Beweisen, eine Rolle spielen. Dabei wollen wir nur die möglichen Urteile des potentiellen Lesers P hinsichtlich ihrer Widerspruchsfreiheit diskutieren ohne uns selbst ein Urteil über die in Rede stehenden Mitteilungen zu bilden.

4.6. Die abzählbare Menge ***M*** ist insoweit vollständig, als wir zeigen werden, dass jede Behauptung, es gebe etwas (z.B. reelle Zahlen), für die in ***M*** kein Platz sei, zu einem Widerspruch führt.

5. Das Denkobjekt DO = DO(M,P,ΔT):

5.1. **Im weiteren ziehen wir den „Sinn einer Mitteilung“ in die Betrachtungen ein.** Allerdings wollen wir nicht nach Plato[5] vom Menschen unabhängige Wahrheiten postulieren. Wir behandeln hier den Sinn einer Mitteilung immer nur in Bezug auf einen potentiellen Leser. Wir lassen also zu, dass eine Mitteilung für einen Leser einen bestimmten Sinn, für einen anderen Leser oder für den selben Leser in einem anderen Zeitpunkt einen ganz anderen (oder gar keinen) Sinn hat.

5.2. Der Buchstabe i etwa kann als Mitteilung für einen Leser eine Zinsrate, für einen anderen Leser oder für den selben Leser zu einem anderen Zeitpunkt $\sqrt{-1}$ bedeuten u.s.w. Die Bedeutung für den Autor oder für den Leser dieser Arbeit spielt dabei keine Rolle.

5.3. Wir stellen daher jetzt die Fragen: Welche Bedeutung hat eine Mitteilung M in einem Lesezeitraum ΔT für einen Leser P? Welches Denkobjekt DO beschreibt eine Mitteilung M in einem Lesezeitraum ΔT für einen Leser P? Gibt es ein Denkobjekt DO, von dem ein Leser P in ΔT behauptet, dass es durch die Mitteilung M eindeutig und widerspruchsfrei beschrieben wird, dann bezeichnen wir es mit DO(M,P,ΔT). Es ist das erste mal, dass in unsere Überlegungen so etwas wie „Sinn einer Mitteilung“ einfließt. Es handelt sich aber nicht um den Sinn einer Mitteilung für den Autor oder für den Leser dieser Arbeit sondern ausschließlich um den Sinn der Mitteilung für einen Leser P am Ende eines Lesezeitraums ΔT.

5.4. Da alle möglichen Mitteilungen M, alle möglichen Leser P und alle möglichen Lesezeiträume ΔT abzählbar angeordnet werden können, gilt dies auch für alle Denkobjekte DO(M,P,ΔT). Steht die Mitteilung M = M_{n1} in der Anordnung der Mitteilungen M gem. 1.6. an n1^{ter} Stelle und der Lesevorgang LV = LV(P,ΔT) in der Anordnung der Lesevorgänge gem. 3.5. an n6^{ter} Stelle dann sei DO_{n8} das an n8^{ter}

[5] Sokrates hat in seinen Dialogen seine Gesprächspartner zu Erkenntnissen geführt, die jene durch geeignete Fragestellungen selbst hätte gewinnen können. Es handelte sich also stets um die persönliche „subjektive Wahrheit“ des jeweiligen Dialogpartners, zu deren Erkenntnis Sokrates nur durch seine Fragen beigetragen hat. Nicht zufällig scheint Sokrates kein schriftliches Werk hinterlassen zu haben. Dieses hätte wohl vom Menschen unabhängige „objektive Wahrheiten“ enthalten müssen, deren Problematik Sokrates davon abhielt.

Stelle der Anordnung der Denkobjekte DO(M,P,ΔT) stehende Denkobjekt mit n8 = n8(n1,n6).

5.5. Der „Sinn einer Mitteilung“ für einen potentiellen Leser gem. 5.1. ist für niemand Anderen erkennbar. Erkennbar sind nur konkrete Äußerungen, die der potentielle Leser über den Sinn einer Mitteilung macht, z.B. „richtig“ oder „falsch“. Aber auch ob diese Äußerungen für den potentiellen Leser selbst richtig oder falsch sind, ist für jeden Anderen nicht erkennbar.

6. Der Kritiker PK:

6.1. Wir betrachten jetzt eine Person PK, die in irgendeinem Zeitpunkt T die Unvollständigkeit von ***M*** - wie in 4.6. angesprochen - behauptet und dies durch die Angabe einer überabzählbaren Menge **M** beweisen will, deren Elemente ihrer Ansicht nach nicht alle in ***M*** enthalten seien

6.2. Aus den zahlreichen Beweisen der Überabzählbarkeit von Mengen wählen wir zunächst ein Diagonalverfahren von Cantor, mit welchem die Überabzählbarkeit der reellen Zahlen r aus (0,1), dem Intervall $0 < r < 1$, gezeigt werden soll. Es sei R(0,1) eine abzählbare Anordnung aller reellen Zahlen r_n mit $r_n \in (0,1)$ wobei n = 1, 2, ... und $r_n = 0.r_{n1}r_{n2}...r_{nn}....$ Cantor bildet nun eine weitere Dezimalzahl $c \in (0,1)$ mit $c = 0.c_1c_2...c_k...$ und mit der Eigenschaft, dass ihre k^{te} Dezimalstelle c_k von der k^{ten} Dezimalstelle von r_k, das ist r_{kk}, verschieden gewählt wurde. Es gilt also $\forall k$: $c_k \neq r_{kk}$ und daher auch $\forall n$: $r_n \neq c$.

6.3. Schreibt man die reellen Zahlen r_n zeilenweise untereinander dann stehen die kritischen Dezimalstellen r_{kk}, in denen sich r_k von c unterscheidet in der Diagonale der Matrix (r_{nk}). Die „Diagonalzahl“ c, offenbar eine reelle Zahl aus (0,1), ist demnach nicht in der Menge R(0,1) enthalten. Damit will PK die Unvollständigkeit der abzählbaren Anordnung R(0,1) beweisen.

7. Ein Widerspruch in der Argumentation von PK:

7.1. PK setzt voraus, dass jede reelle Zahl r_n aus dem Diagonalverfahren in Form einer unendlichen Dezimalzahl angegeben werden kann. Es lassen sich aber nur endliche Dezimalzahlen tatsächlich anschreiben. Dezimalzahlen wie etwa $^1/_3 = 0.3333...$ oder allgemeine periodische Dezimalzahlen lassen sich nicht vollständig als Dezimalzahlen anschreiben. Man kann aber stets für ein beliebiges k ihre k^{te} Dezimalstelle angeben. Damit kann man auch prinzipiell für jedes k eine von r_{kk} verschiedene Dezimalstelle c_k angeben, wie dies für das Diagonalverfahren notwendig ist.

7.2. Bei transzendenten Zahlen, wie z.B. π, ist dies aber nicht mehr der Fall. Zwar wird die Zahl der bekannten Dezimalstellen für solche transzendenten Zahlen mit zunehmender Rechenkapazität der Computer immer größer, es bleiben aber immer unendlich viele Dezimalstellen unbekannt.

7.3. Wir können solche transzendenten Zahlen zwar eindeutig definieren, aber eben nur in endlicher Form. Ob als Grenzwert, ob in geometrischer Form, für jede transzendente Zahl τ gibt es eine Definition in Form einer (endlichen) Mitteilung M = M(τ), die τ eindeutig beschreibt.

7.4. Unser Ziel ist es, einen Widerspruch in der Argumentation von PK aufzudecken. Das „kritische Element“ in seiner Argumentation ist offenbar seine Diagonalzahl c. Um zu einem Widerspruch zu gelangen wollen wir zeigen, **dass bereits die Definition der Diagonalzahl einen Widerspruch enthält und c gar nicht widerspruchsfrei definiert werden kann.**

7.5. Wir verlangen daher im Folgenden, dass PK jeweils selbst entscheiden muss, ob eine bestimmte Mitteilung M eine reelle Zahl aus (0,1) eindeutig und widerspruchsfrei beschreibt. Wir überlassen also ihm die Auswahl und die Anordnung der Mitteilungen aus dem Schubladenkasten.

8. Kritische Fragen an den Kritiker PK:

8.1. Es sei $R_{PK}(0,1)$ jene durch Entscheidung von PK gem. 7.5 gewonnene Anordnung reeller Zahlen aus (0,1). Um $R_{PK}(0,1)$ zu bilden stellen wir zu jeder Mitteilung M aus dem Schubladenkasten an PK die Frage: „Beschreibt M eine reelle Zahl aus (0,1) eindeutig und widerspruchsfrei?“ Dabei gehen wir die Mitteilungen der Reihe nach von a(M) = 0, a(m) = 1, usw. durch. Sobald PK von einer Mitteilung sagt, sie beschreibe für ihn eine reelle Zahl aus (0,1) eindeutig und widerspruchsfrei, tragen wir diese Zahl als erste in die Anordnung $R_{PK}(0,1)$ ein. Sobald PK von einer weiteren Mitteilung sagt, dass sie eine reelle Zahl aus (0,1) eindeutig und widerspruchsfrei beschreibt, tragen wir diese Zahl als nächste in $R_{PK}(0,1)$ ein usw. Wir erstellen $R_{PK}(0,1)$ also ausschließlich auf Grund der Angaben von PK selbst. Von dieser Anordnung behaupten wir PK gegenüber, sie sei vollständig und enthalte alle reellen Zahlen aus (0,1).

8.2. Unter den Mitteilungen M tritt auch jene „kritische“ Mitteilung M = MK auf, welche die von PK selbst angegebenen Konstruktion der Diagonalzahl c gem. 6.2. zusammen mit der $R_{PK}(0,1)$ zugrundeliegenden Konstruktion gem. 8.1. beschreibt. Da PK, um die Unvollständigkeit von $R_{PK}(0,1)$ zu zeigen, sagt, c beschreibe eine reelle Zahl aus (0,1) eindeutig und widerspruchsfrei, tragen wir auch c in $R_{PK}(0,1)$ ein. Dabei stehe c dort in der k^{ten} Zeile, d.h. es ist $c = r_k$.

8.3. Nun konfrontieren wir PK mit seinen Entscheidungen. Auf Grund seiner Aussage gem. 8.2. ist c eine reelle Zahl aus (0,1) die als r_k an der k^{ten} Stelle in der Anordnung $R_{PK}(0,1)$ steht. Es gilt also $c_k = r_{kk}$ im Gegensatz zu der von PK selbst in 6.2. erhobenen Forderung $c_k \neq r_{kk}$. Es ist daher - nach Meinung des Autors – dem Kritiker PK nicht gelungen, mit Hilfe der Diagonalzahl c gem. 6.2. eine in $R_{PK}(0,1)$ nicht enthaltene reelle Zahl aus (0,1) eindeutig und widerspruchsfrei zu beschreiben.

8.4. Andere Beweise der Überabzählbarkeit von Mengen beruhen auf dem selben Prinzip. So wird etwa die Überabzählbarkeit der Menge der einstelligen ganzzahligen Funktionen oder die der Potenzmenge der Menge der natürlichen Zahlen durch die Angabe jeweils eines „kritischen“ Elementes EK gezeigt. Bei der vorhin betrachteten Menge der reellen Zahlen war das kritische Element EK = c. Auch hier lässt sich ein Widerspruch durch Argumentation gem. 8.1. und 8.2. herleiten.

9. Die absolute Wahrheit:

9.1. Die Frage, welches Denkobjekt DO durch eine Mitteilung M widerspruchsfrei beschrieben wird, haben wir in **5** nur in Abhängigkeit vom Leser P der Mitteilung und vom Lesezeitraum ΔT behandelt und damit den Begriff „Wahrheit“ relativiert. Wir wollen nun die Möglichkeit der Existenz absoluter

Wahrheiten mit einbeziehen. Wir nehmen also etwa an, die Wahrheit mathematischer Sätze sei absolut und vom Menschen unabhängig,

9.2. Dem kann leicht durch eine Erweiterung des Schubladenkastens ***M*** Rechnung getragen werden. Nimmt man absolute Wahrheiten an, ist für eine Mitteilung M ein Lesevorgang durch einen Leser P in einem Lesezeitraum ΔT nicht notwendig, um den „Sinn der Mitteilung M“ gem. 5.2. zu definieren. Der einzig wahre Sinn von Mitteilungen ist dann ja von jedem Leser P unabhängig.

9.3. Wir postulieren also zusätzlich einen „Arbiter Mundi“, jemand der stets im Besitz der absoluten Wahrheit ist. Nennen wir diesen potentiellen Leser PW. Der Schubladenkasten bestand bisher aus den Abschnitten für alle möglichen Lesevorgänge LV durch alle denkbaren lesenden Personen P gem. 3.5. Nun erweitern wir ihn um einen Abschnitt für PW. Auch in diesem Abschnitt gibt es für jede Mitteilung M eine Schublade und PW entscheidet unabhängig von einem Lesezeitraum über den „Sinn von M“:

9.4. Welchen Sinn eine Mitteilung für irgendeinen möglichen Leser hat, können wir nur durch Befragen dieses Lesers erfahren. In den allermeisten Fällen erscheint uns eine solche ausdrückliche Befragung entbehrlich. Wir sind dann überzeugt, dass die Wahrheit für diese Person die selbe ist, wie für uns. Dies gilt insbesondere für Fragen nach der Wahrheit mathematischer Sätze. Dabei glauben wir, die absolute Wahrheit zu kennen, also das Urteil von PW über eine Mitteilung M.

9.5. Etwas komplexer wird die Frage nach absoluter Wahrheit aber in Bereichen wie Weltanschauungen, Religionen, etc.. Die Wahrheit eines „Dogmas“, der Inhalt eines „Naturrechts“ werden vielfach nicht in gleicher Weise als erkennbar gesehen wir etwa die Richtigkeit des Pythagoreischen Lehrsatzes.

9.6. Ebenso wenig wird der Inhalt von Begriffen wie „Gott“ von allen möglichen Personen P in gleicher Weise gesehen. Trotzdem erheben viele den Anspruch, im Besitz der Wahrheit darüber zu sein, und daher das Recht zu haben, anderen diese Wahrheit aufzuzwingen.

10. Die absolute Wahrheit als e-mail:

10.1. Die Mitteilungen M in **1** waren rein grafische Schwarz-Weiß-Darstellungen ohne „Sinninhalt“. Erst in **5** sind wir auf den Sinn einer Mitteilung eingegangen indem wir Denkobjekte DO in Abhängigkeit vom Leser P postuliert haben. Um absolute Wahrheit, also den wahren Sinn einer Mitteilung, zu kennzeichnen, haben wir den Besitzer der absoluten Wahrheit, den Arbiter Mundi, als Person PW eingeführt. Unsere Schlussfolgerungen lassen sich stark vereinfacht darstellen, wenn wir davon ausgehen, dass alle Diskussionen über die Gültigkeit von Sätzen auch durch den Austausch von e-mails geführt werden können.

10.2. Alle e-mails bestehen aus höchstens N verschiedenen Zeichen Z_1, Z_2, ... Z_N, wobei N durch die Tastatur des jeweiligen Keyboards bestimmt ist[6].

10.3. Ein e-mail der Länge L besteht aus einer Verteilung der N Zeichen auf L Stellen. Es gibt daher N^L verschiedene e-mails der Länge L. Es sei n9 die Stelle des n9^{ten} e-mails in dieser Anordnung. Alle möglichen e-mails lassen sich nun nach ihrer Länge

---

[6] Natürlich sind auch hochgestellte, tiefergestellte, kursiv geschriebene Zeichen, das Leerzeichen etc. vorgesehen.

L in Gruppen und innerhalb dieser Gruppen nach ihrer Stelle n9 abzählbar anordnen.

10.4. Eine Abzählbare Anordnung alles dessen, worüber gesprochen werden kann, wird nun analog zu **4** gewonnen, indem man den Schubladenkasten ***M***, bestehend aus allen Kombinationen (LV,M) durch einen Schubladenkasten ***Me***, bestehend aus allen e-mails gem. (10.2.) und (10.3.) ersetzt. Ein Widerspruch in der Argumentation von PK kann nun analog zu **8** hergeleitet werden[7].

11. Schlussbemerkungen:

11.1. Ein Widerspruch im Begriff „Überabzählbare Mengen“ hat weitgehende Auswirkungen. So löst sich etwa das erste Hilbert-Problem von selbst, wenn das „Kontinuum“ nicht überabzählbar ist.

11.2. Dem Begriff der überabzählbaren Mengen liegt ein Gedankenfehler zu Grunde, der etwa folgendermaßen beschrieben werden kann: „Ich bilde die Menge alles dessen, worüber man sprechen kann. Dann bilde ich die Menge alles dessen, was außerhalb dieser Menge liegt“. Diese Begriffsbildung gleicht dem Versuch Münchhausens, sich selbst an seinem Zopf aus dem Sumpf zu ziehen. Jeder Versuch, über etwas außerhalb von ***M*** zu sprechen, muss auf Grund der Definition von ***M*** zu einem Widerspruch führen.

11.3 Wittgenstein verdanken wir die schöne Formulierung: „Die Welt ist alles, was der Fall ist“. Dies als absolute Wahrheit zu akzeptieren fällt sicher leicht. Es bleibt allerdings die Frage offen, ob „alles was der Fall ist“ für alle Personen P den selben Sinn hat. Davon ausgehend möchten wir formulieren:

Die Welt ist alles, worüber gesprochen werden kann

---

[7] Der Autor hat dies bereits in einer Arbeit: “Zur Problematik der absoluten Überabzählbarkeit; Philosophia Naturalis, Band 13, Heft 4, 3[tes] Vierteljahr 1972, Verlag Anton Hain“ dargestellt.

Bezeichnungen:

a(M) Eine die Mitteilung M eindeutig darstellende Dezimalzahl. (1.4.)
c Eine Diagonalzahl nach Cantor. (6.2.)
c_k Die k^{te} Dezimalstelle von c. (6.2.)
ΔT Ein Lesezeitraum (3.2.)
DO Ein Denkobjekt, welches durch eine Mitteilung M für einen Leser P in einem Lesezeitraum ΔT eindeutig und widerspruchsfrei beschrieben wird. (5.2.)
EK Ein „kritisches" Element einer Menge, welches nach Meinung des Kritikers PK nicht in einer aus ***M*** gewonnenen abzählbaren Anordnung dieser Menge enthalten ist. (8.4.)
EW Ein Elementarwürfel der Seitenlänge $^{1}/_{100}$ mm. (2.1.)
Λ Die Länge eines Lesezeitraumes. (3.2.)
LV Ein Lesevorgang durch einen Leser P in irgendeinem Zeitpunkt T. (3.1.)
LZE Ein Lesezeitelement. (3.4.)
M Eine quadratische schriftliche Mitteilung, bestehend aus n^2 Elementarquadraten der Seitenlänge $^{1}/_{100}$ mm, von denen jedes entweder weiß oder schwarz ist. (1.1.; 1.2.)
M Eine Menge von Elementen, die nach Ansicht des Kritikers PK nicht in ***M*** enthalten sind. (6.1.)
M Ein Schubladenkasten, in dem „Alles worüber gesprochen werden kann" abzählbar angeordnet ist. (**4**)
Me Ein Schubladenkasten bestehend aus allen e-mails gem. (10.2). (10.4)
MK Die Mitteilung, von der der Kritiker PK feststellt, sie beschreibe sowohl die aus ***M*** gewonnene abzählbare Anordnung R(0,1) als auch die Diagonalzahl c eindeutig und widerspruchsfrei. (8.2.)
n1 Stelle der Mitteilung M_{n1} in der abzählbaren Anordnung aller Mitteilungen M. (1.6.)
n2 Stelle des Elementarwürfels EW_{n2} in der abzählbaren Anordnung aller Elementarwürfel EW. (2.2.)
n3 Stelle des Zeitelementes t_{n3} in der abzählbaren Anordnung aller Zeitelemente t. (2.4.)
n4 Stelle des Raumzeitelementes RZE_{n4} in der abzählbaren Anordnung aller Raumzeitelemente RZE. (2.6.)
n5 Stelle eines Lesezeitelementes LZE in der abzählbaren Anordnung aller Lesezeitelemente. (3.4.)
n6 Stelle eines Lesevorganges in der abzählbaren Anordnung aller Lesevorgänge (3.5.)
n7 Stelle einer Kombination (LV,M) eines Lesevorganges LV mit einer Mitteilung M in der abzählbaren Anordnung dieser Kombinationen. (4.3.)
n8 Stelle eines Denkobjektes DO in der abzählbaren Anordnung aller Denkobjekte. (5.4.)
n9 Stelle eines e-mails in der abzählbaren Anordnung aller e-mails. (10.3.)
P Eine Person als potentieller Leser einer Mitteilung. (3.1.)
PK Ein Kritiker der Abzählbarkeit. (6.1.)
PW Ein „Arbiter Mundi", jemand im Besitz der absoluten Wahrheit. (9.3.)
r Eine reelle Zahl. (6.2.)
r_{nk} Die k^{te} Dezimalstelle der reellen Zahl r_n in der n^{ten} von R (0,1). (6.2.)
R(0,1) Eine abzählbare Anordnung aller reellen Zahlen r aus dem Intervall (0,1). (6.2.)
$R_{PK}(0,1)$ Eine von PK gewählte abzählbare Anordnung reeller Zahlen aus (0,1). (8.1.)
RZE Ein Raumzeitelement als Elementarwürfel von der Dauer $^{1}/_{100}$ sek. (2.5.)
t Ein Zeitelement der Länge $^{1}/_{100}$ sek. (2.3.)
T Der Zeitpunkt eines Lesevorganges LV. (3.1.)
τ Eine transzendente Zahl. (7.3.)
$\aleph_n$ Eine Kardinalzahl